「アルゴリズムとデータ構造」資料
9. 二分木

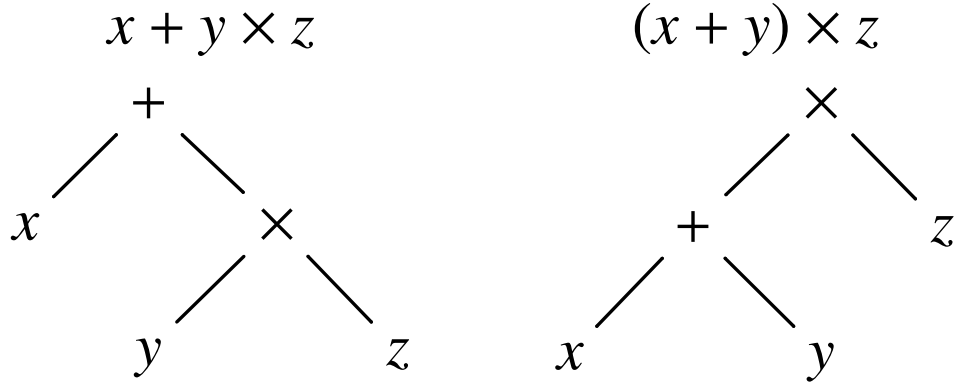
奈良女子大学生活環境学部 鴨浩靖

2009 年 12 月 8 日 初版
2011 年 11 月 21 日 第二版
2013 年 1 月 7 日 第三版
2020 年 12 月 14 日 第四版

木

たとえば、式を文字列で表現するよりも木で表現したほうが、構造を素直に反映できる。

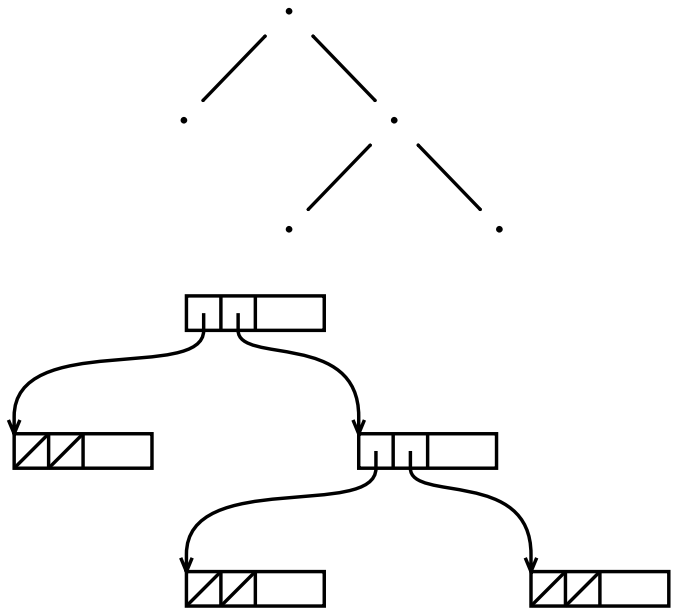
文字列による表現
木による表現

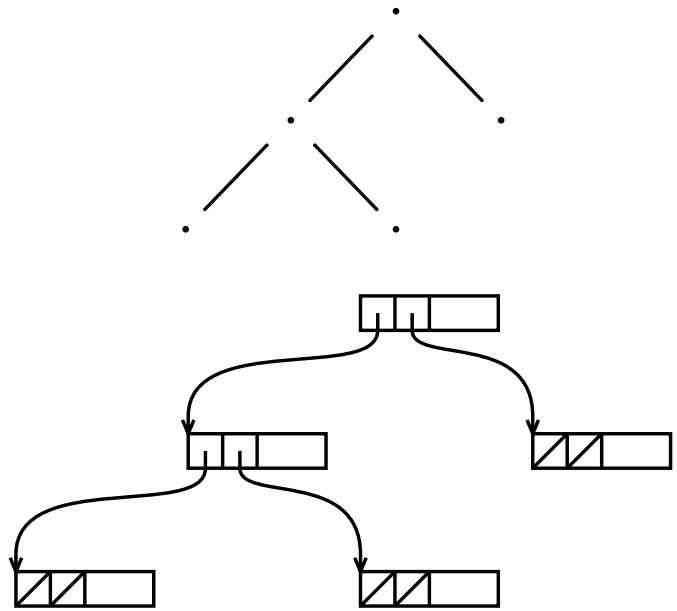


二分木

特に、子が高々二個である木を二分木という。

C 言語での構造体とポインタを使う二分木の実装





int でラベルづけられた二分木の実装の例

```
struct node {
        struct node     *left, *right;
        int             data;
};

struct bintree {
        struct node     *root;
};
```

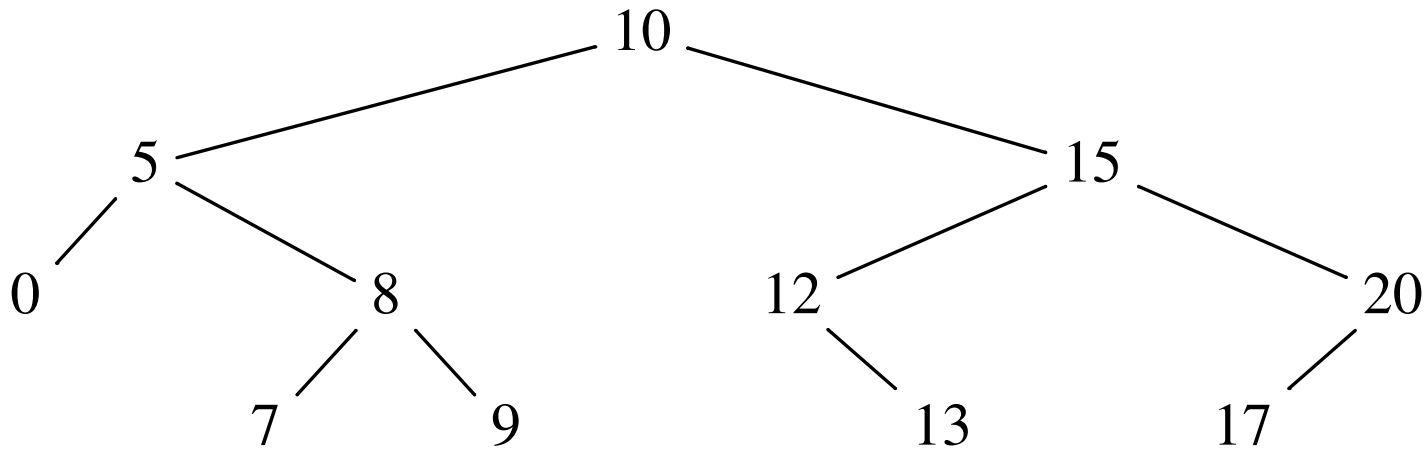
順序づけられた二分木

すべての節点について、

- その節点のラベルの値は、その左部分木のどの節点のラベルの値よりもそれ以上であり、
- その節点のラベルの値は、その右部分木のどの節点のラベルの値よりもそれ以下である

二分木を、順序づけられた二分木という。

順序づけられた二分木の例

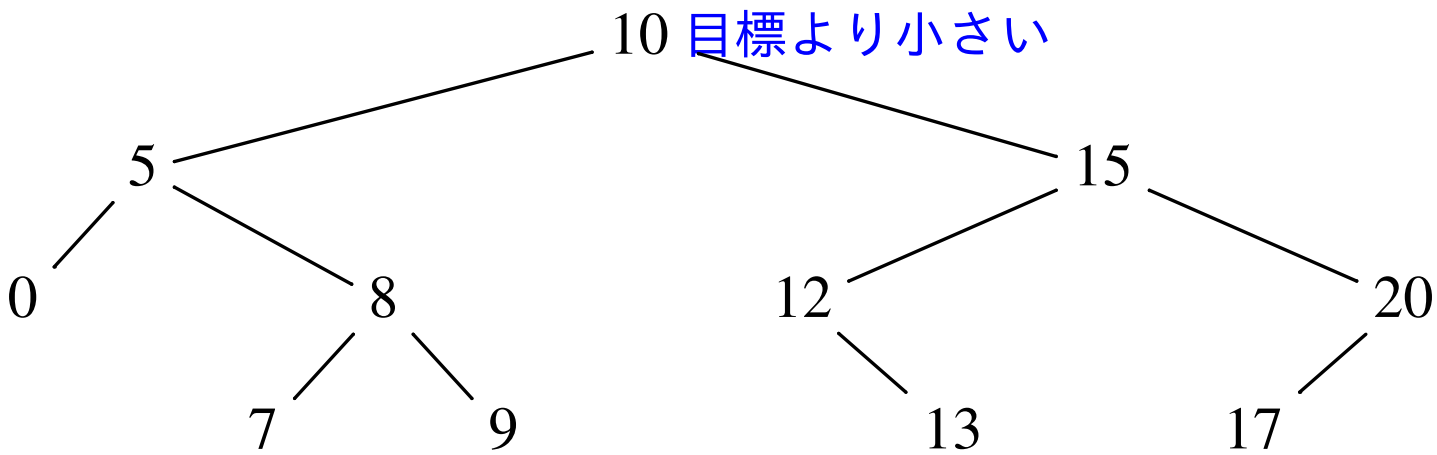


探索

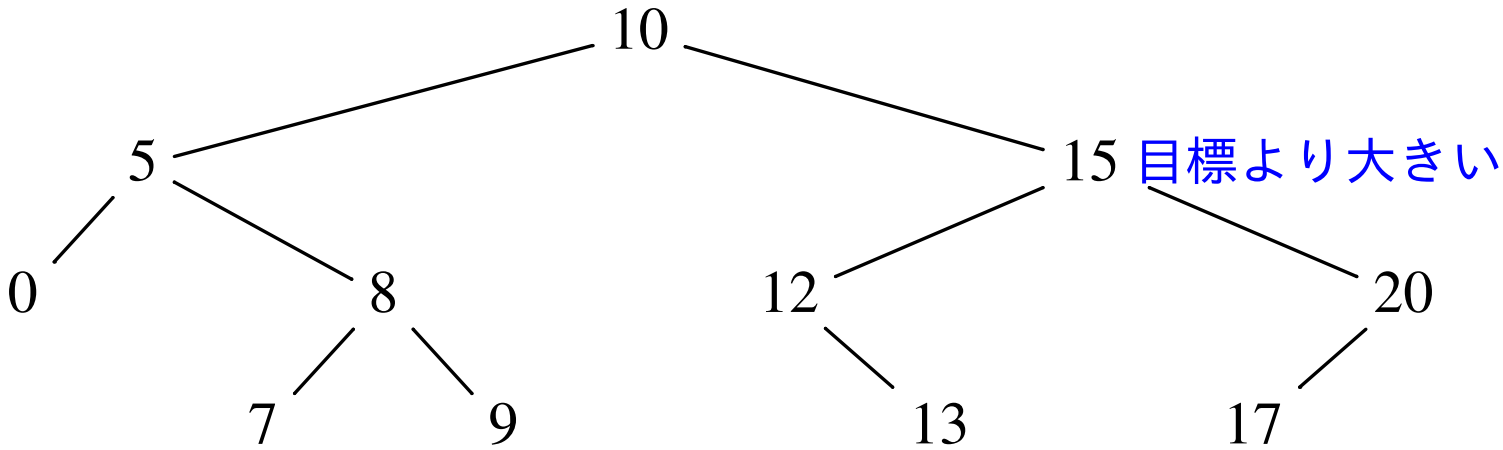
順序づけられた二分木から、特定の値をラベルに持つ節点をみつけるのは、次のアルゴリズムでできる。

1. p を根を指すポインタで初期化する。
2. 以下をくりかえす。
   - 2.1 p がヌルポインタならば、みつからなかったと報告して終了。
   - 2.2 p の指す節点のラベルがみつけたい値に等しければ、その節点を返して終了。
   - 2.3 p の指す節点のラベルがみつけたい値よりも大きければ、p をその節点の左子節点へのポインタに変更。
   - 2.4 p の指す節点のラベルがみつけたい値よりも小さければ、p をその節点の左子節点へのポインタに変更。

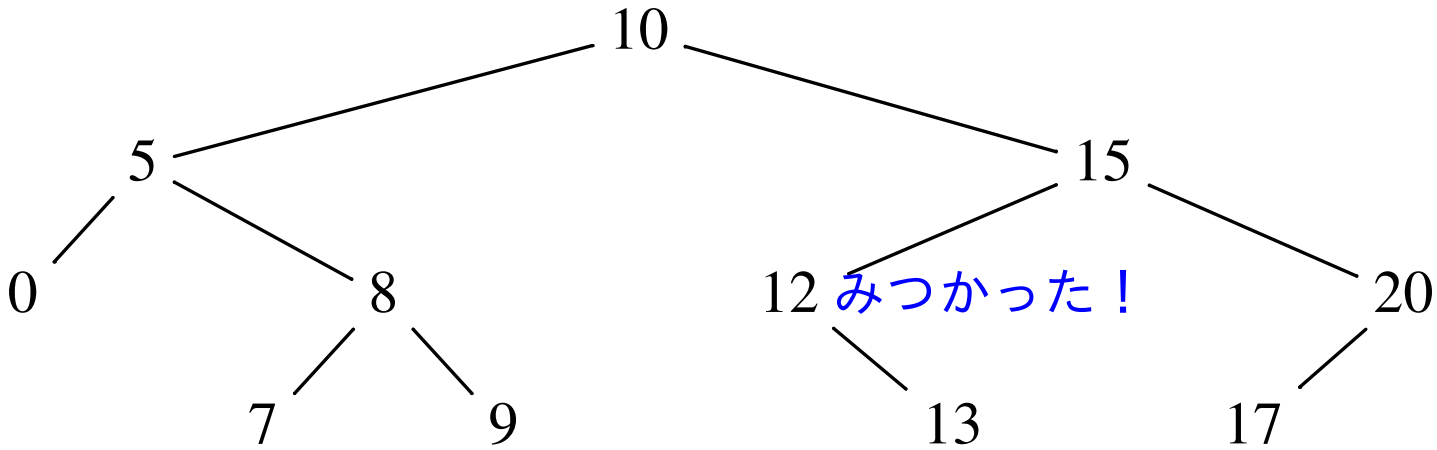
- 12 を探す



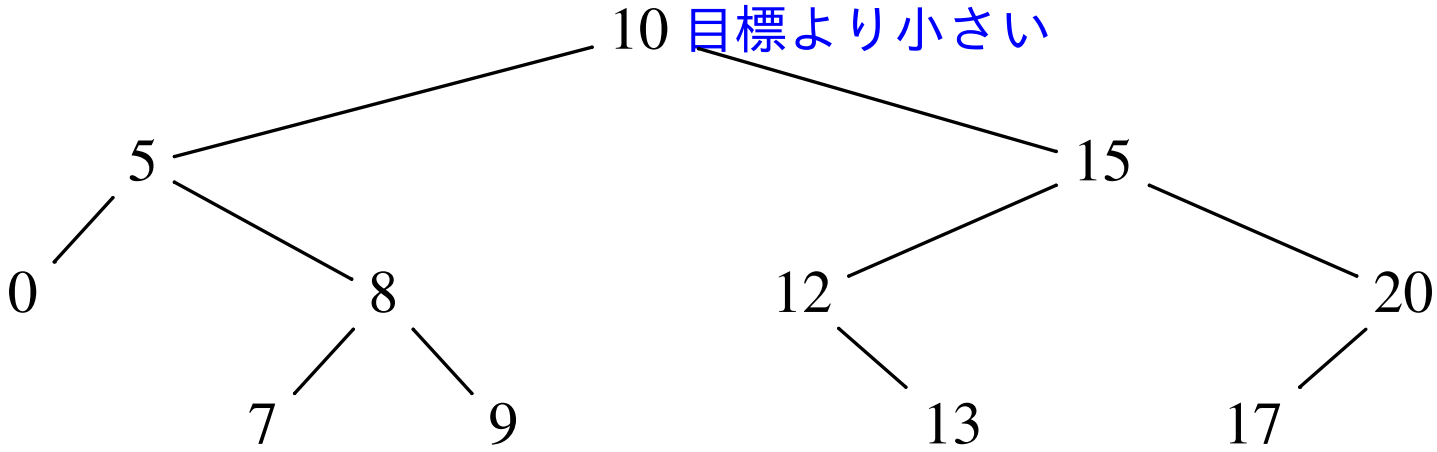
- 12 を探す



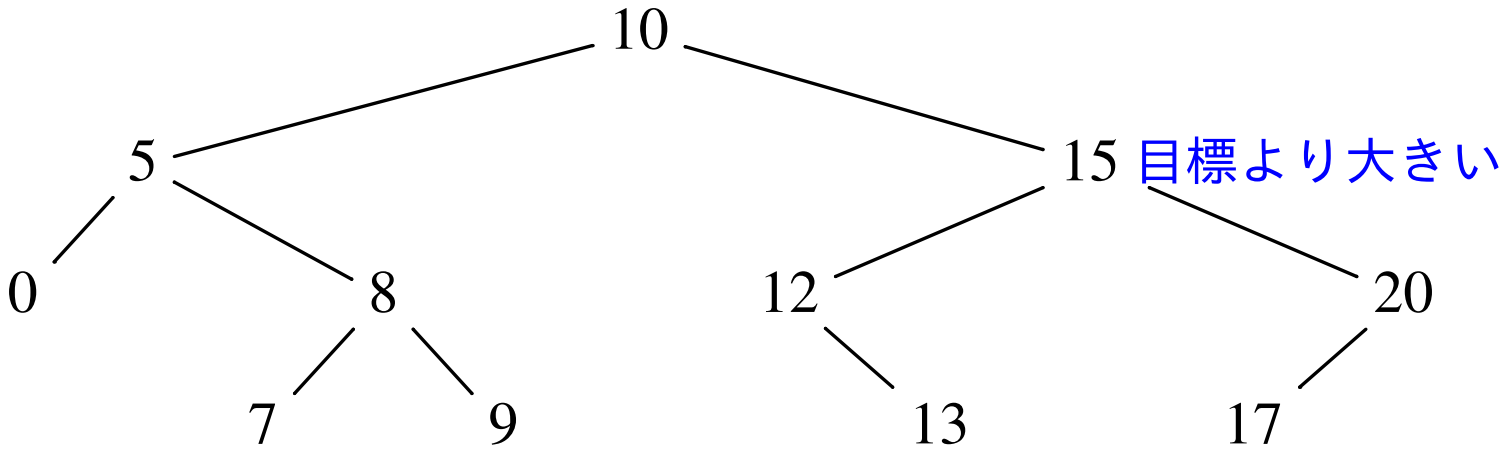
- 12 を探す



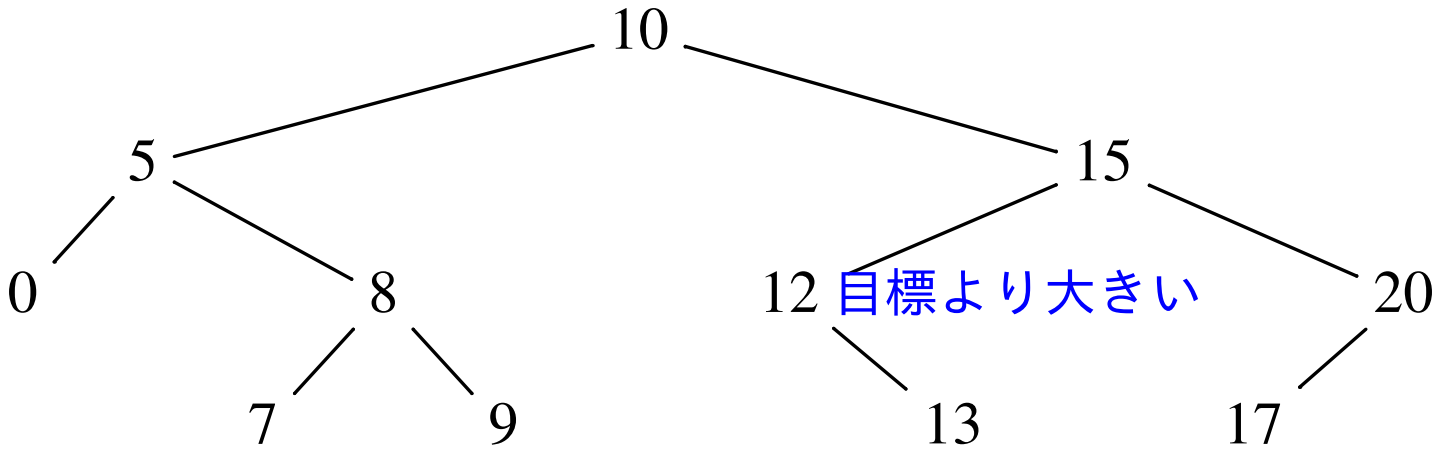
- 11 を探す



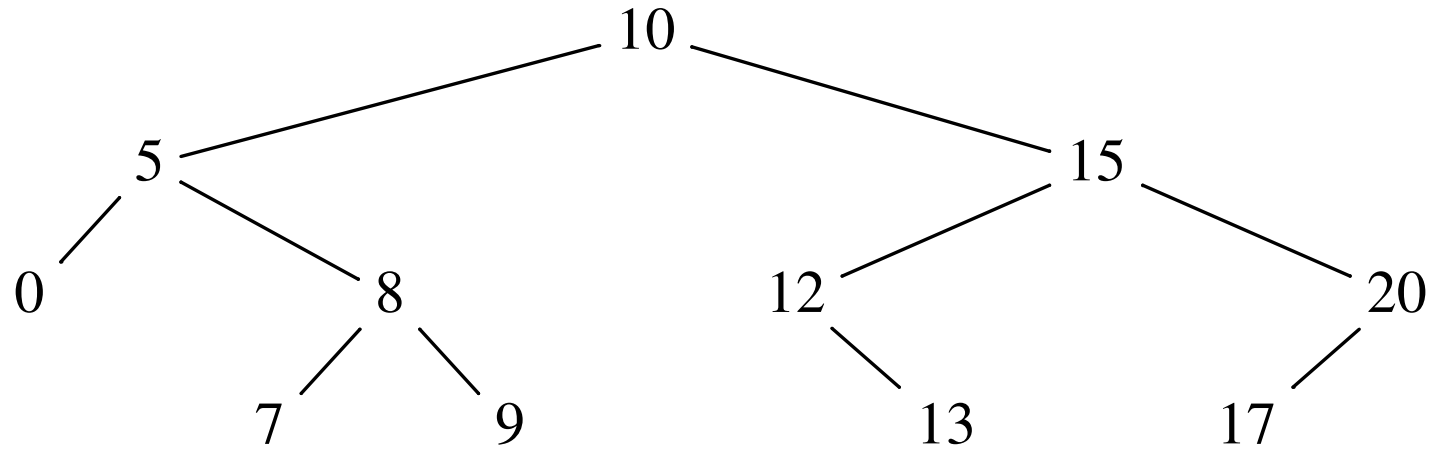
- 11 を探す



- 11 を探す



- 11 を探す

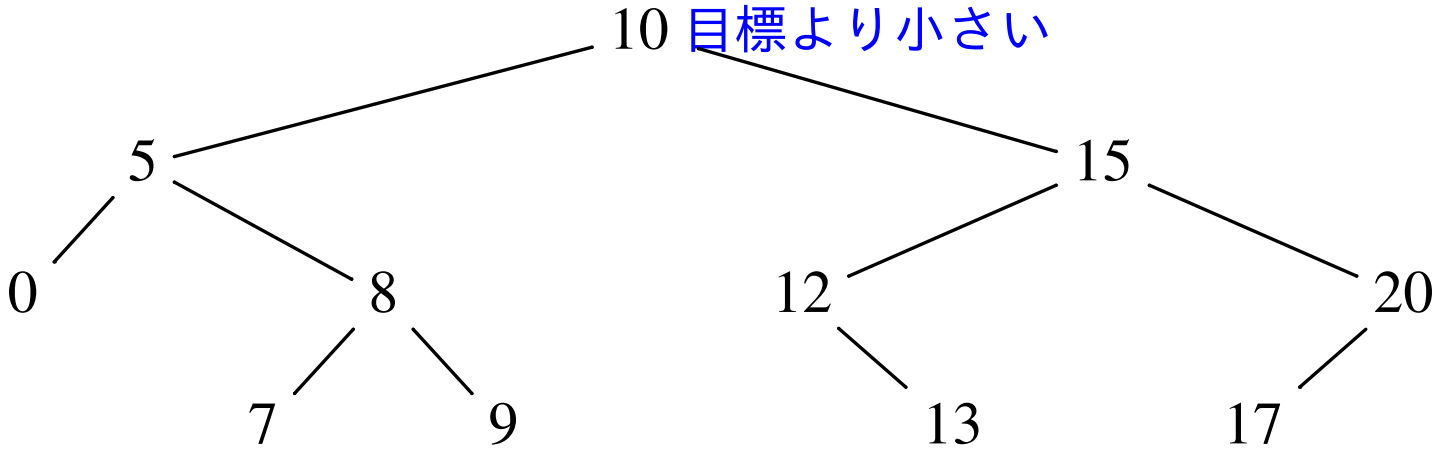


なかった！

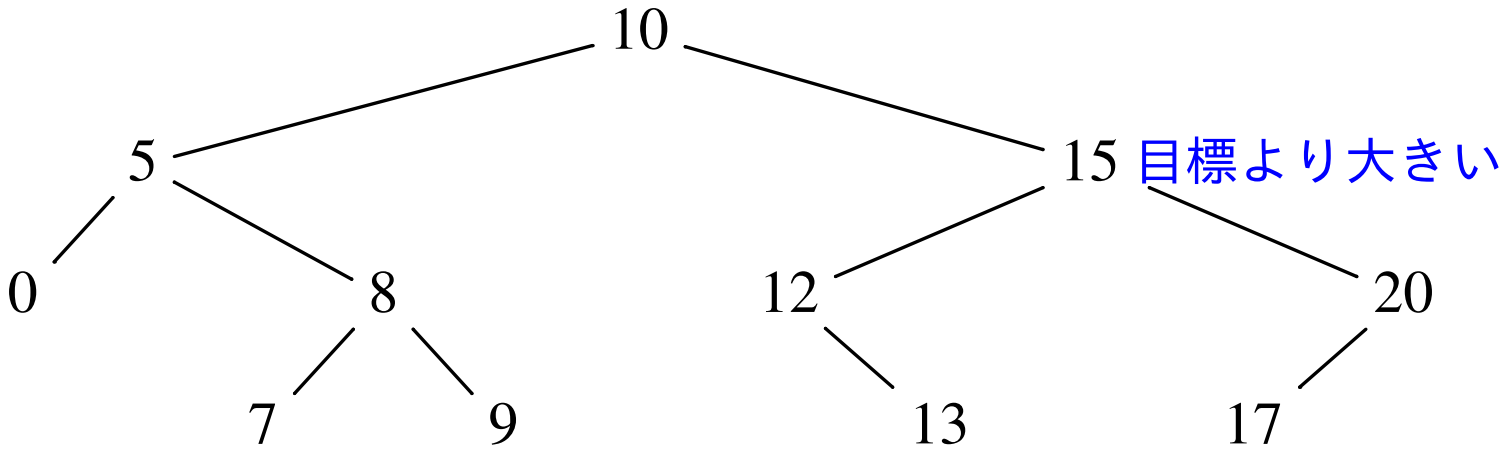
挿入

挿入は、探索でみつからなかったときの処理を、最後の候補の左右適当な側に子を挿入するだけで可能。

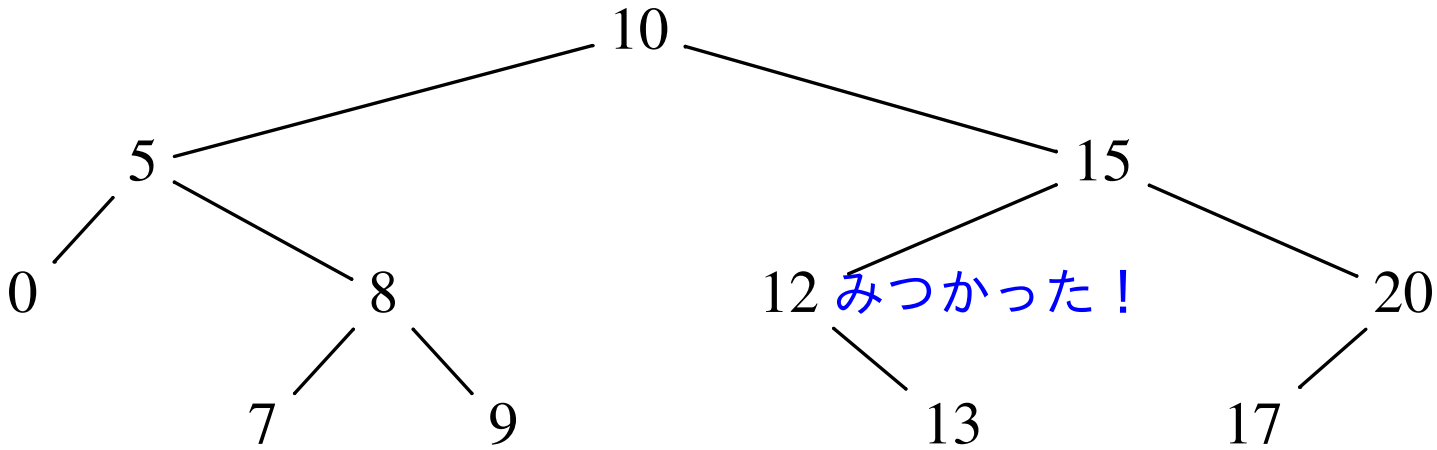
- 12 を挿入する



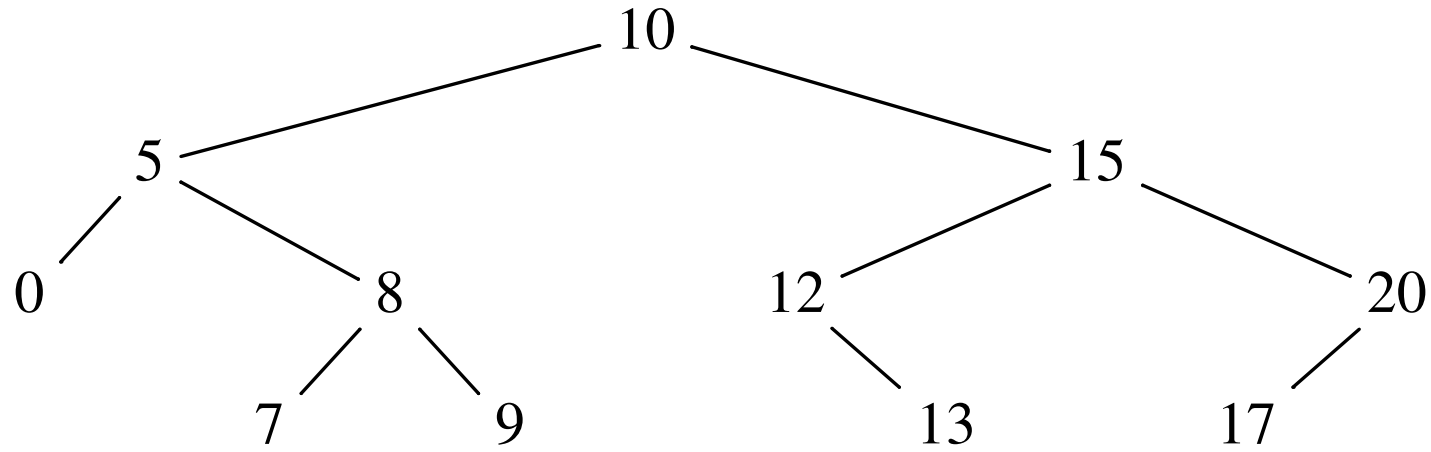
- 12 を挿入する



- 12 を挿入する

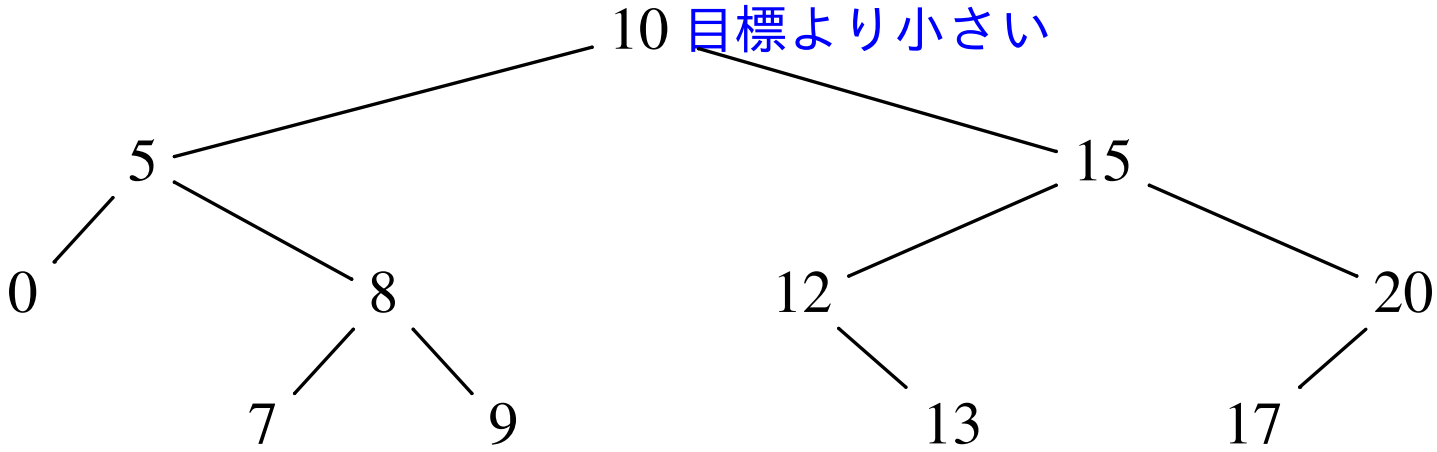


- 12 を挿入する

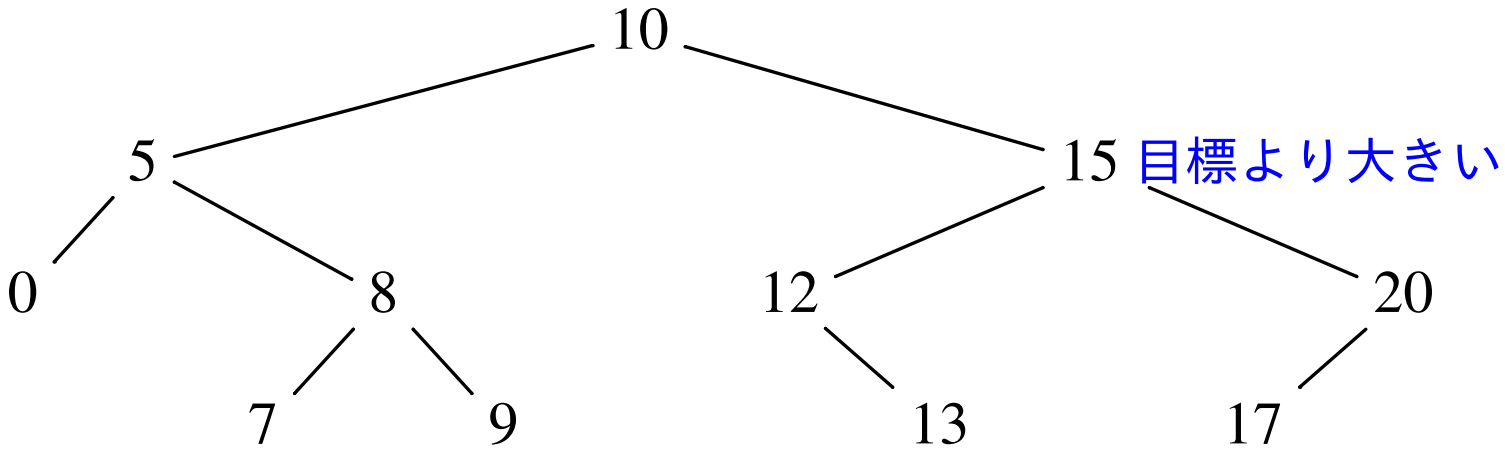


何もしない

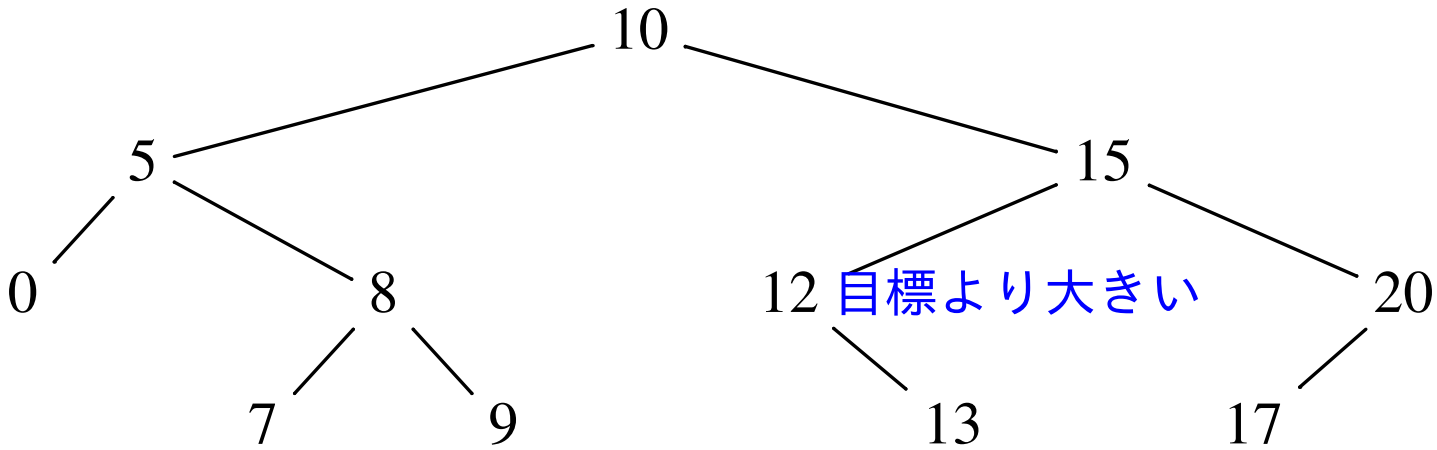
- 11 を挿入する



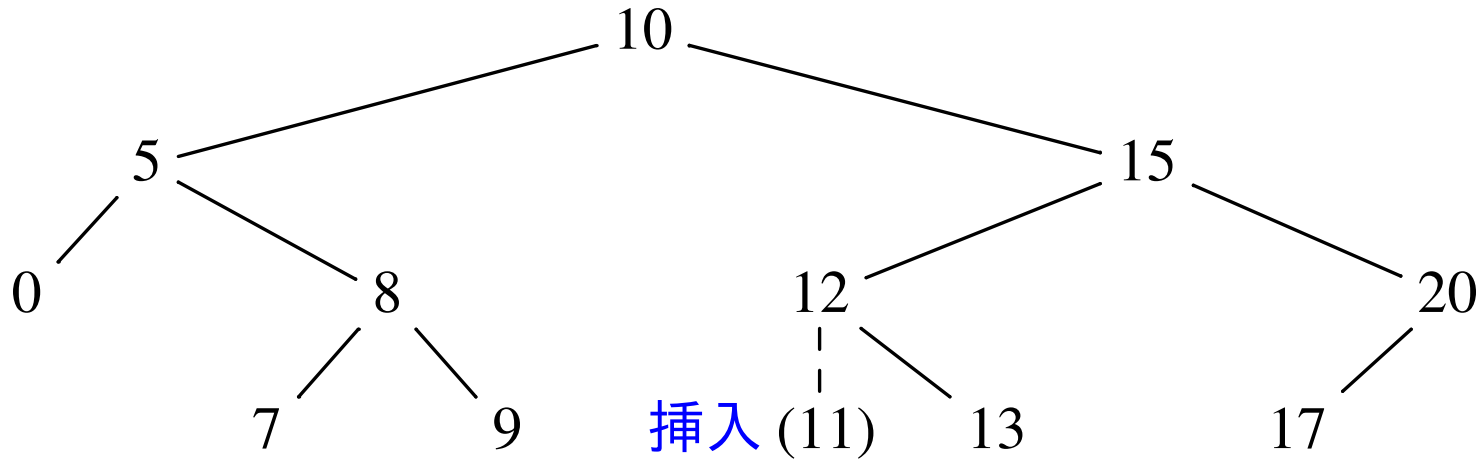
- 11 を挿入する



- 11 を挿入する



- 11 を挿入する

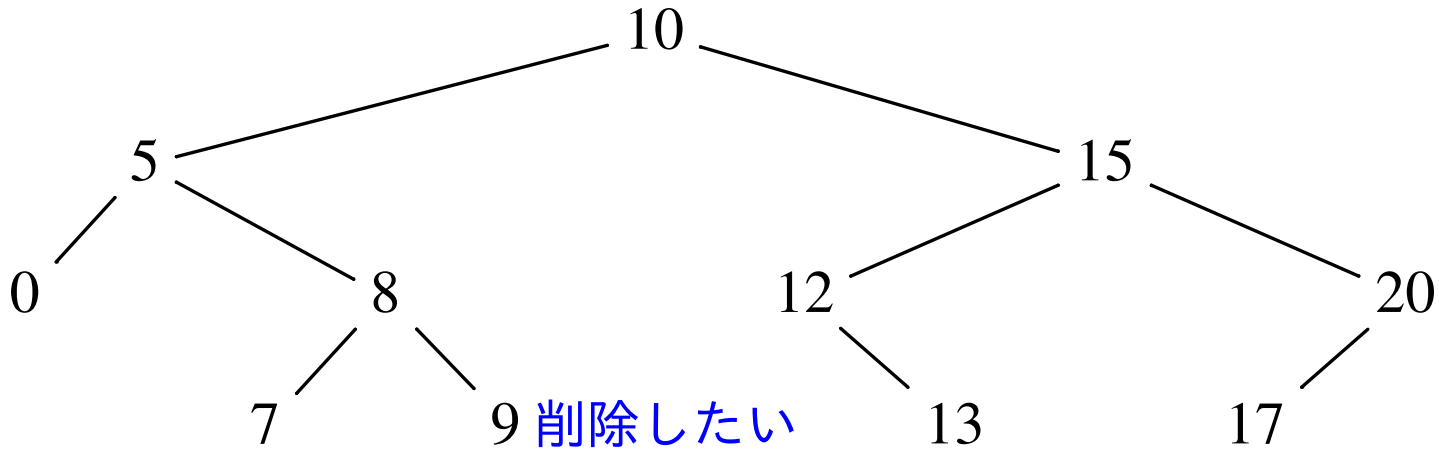


削除

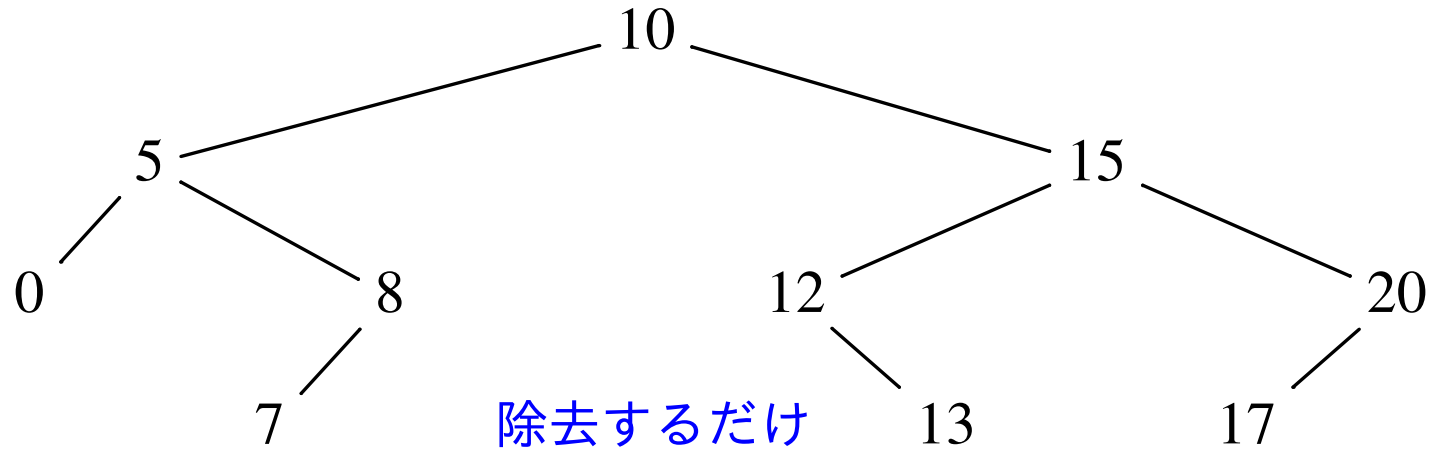
削除は、ちょっと手間がかかる。

- 削除する節が葉の場合
  そのまま削除する。
- 削除する節が左右のうち片方の子のみを持つ場合
  子節を、部分木ごと、削除する節の位置に移動する。
- 削除する節が左右の両方の子を持つ場合
  右部分木の最小なラベルを持つ節を探す。見つかった節を再帰的に木から削除して、削除する節の位置に移動する。

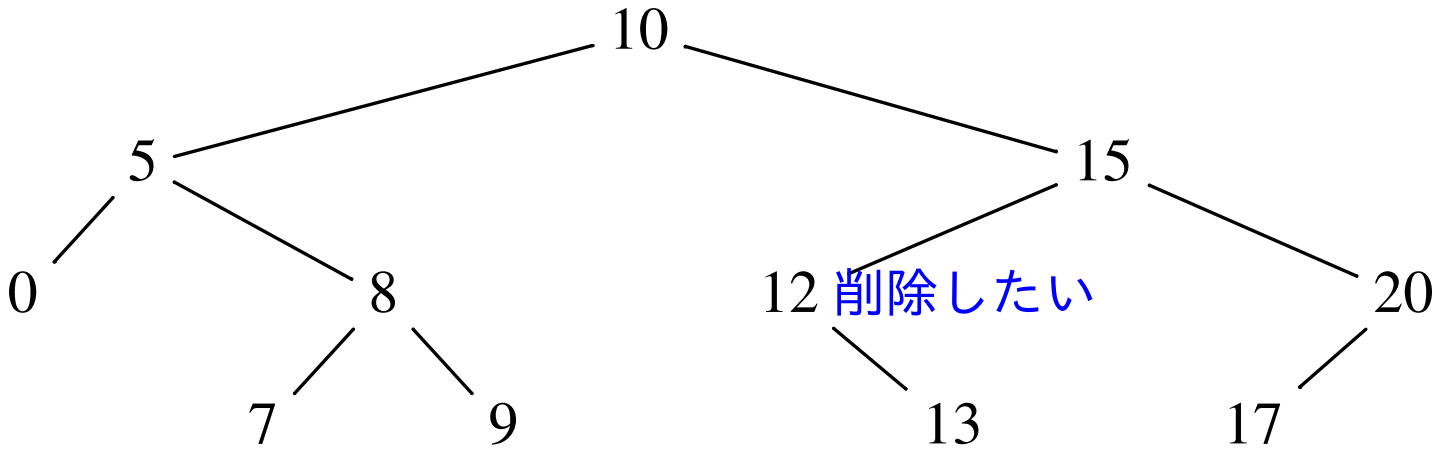
- 9 を削除する [1/2]



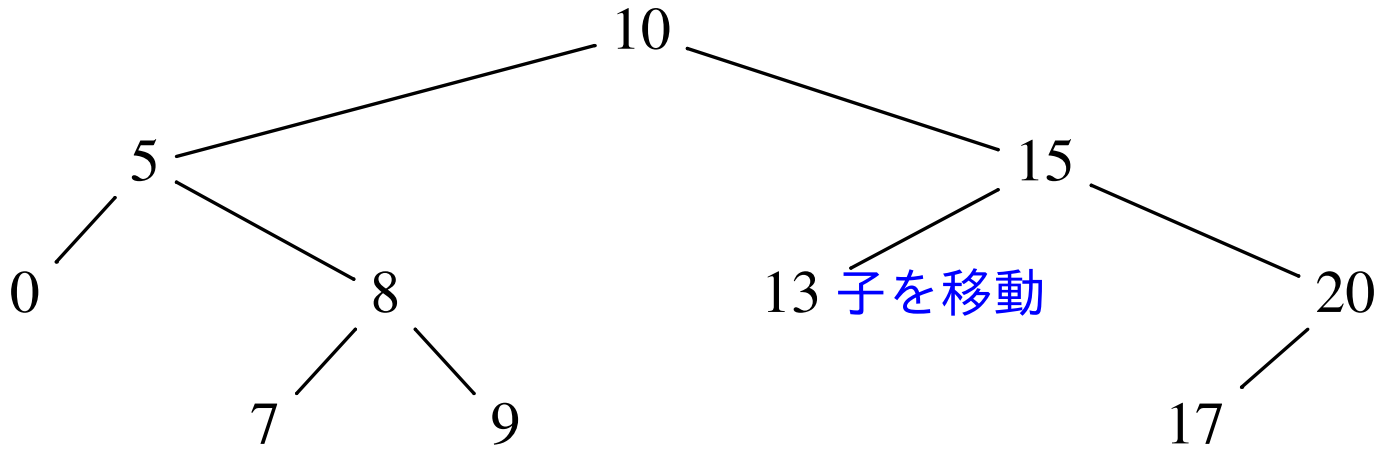
- 9 を削除する [2/2]



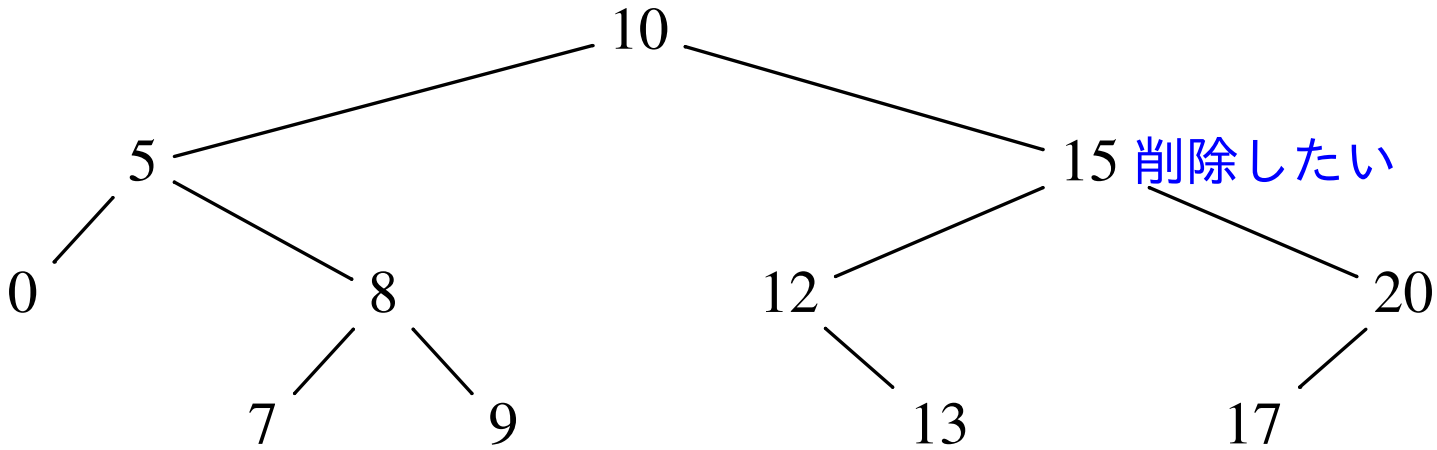
- 12 を削除する [1/2]



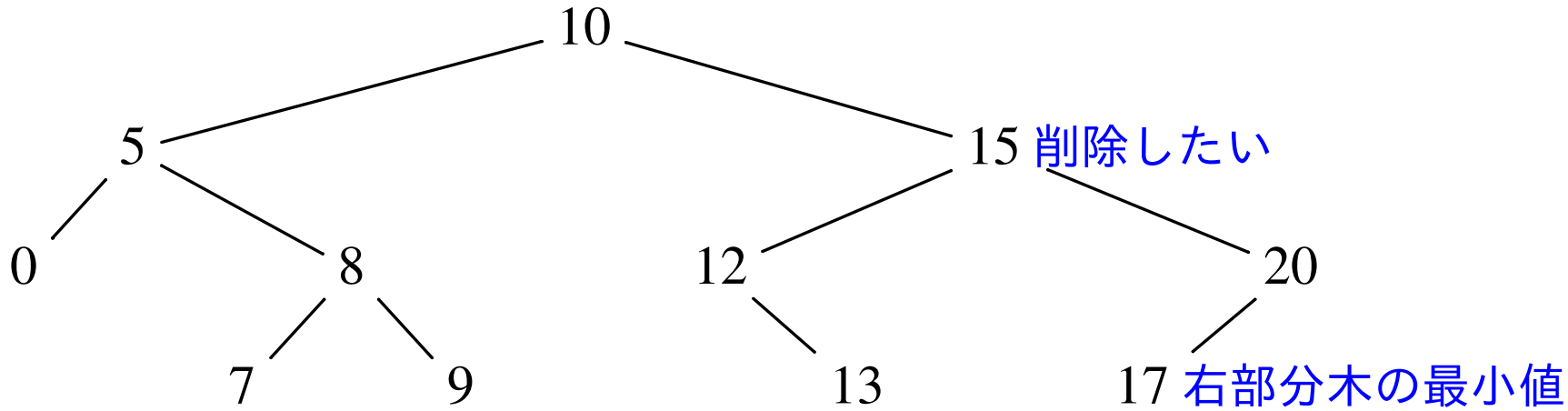
- 12 を削除する



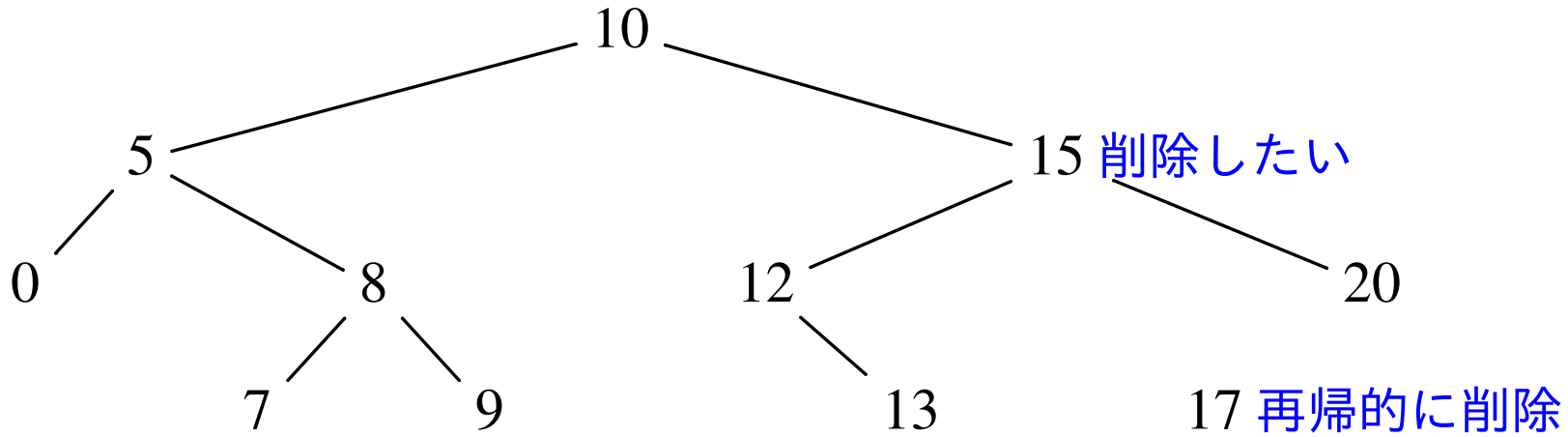
- 15 を削除する [1/4]



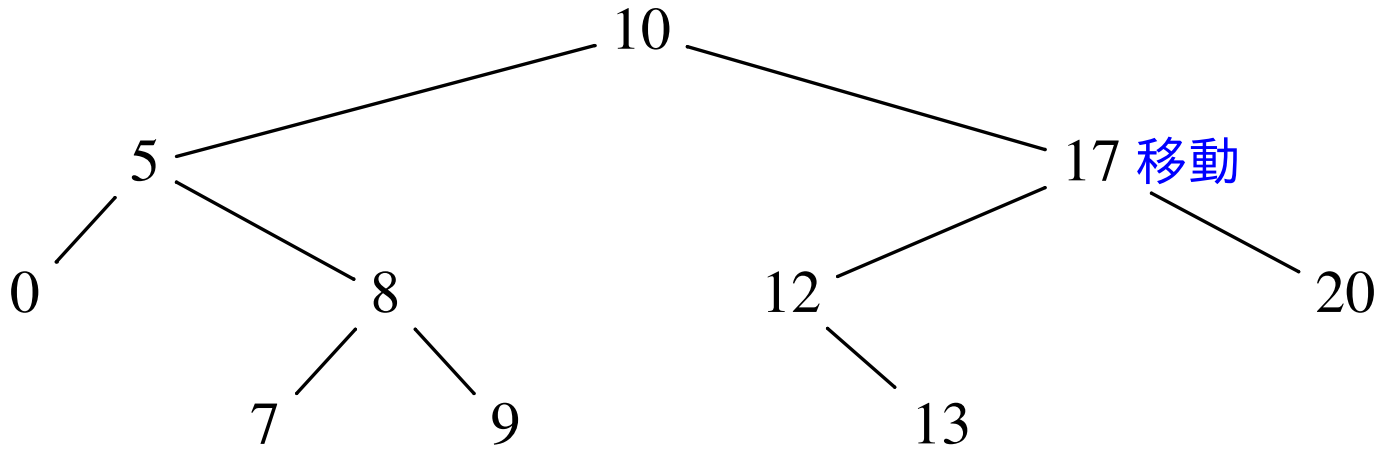
- 15 を削除する [2/4]



- 15 を削除する



- 15 を削除する



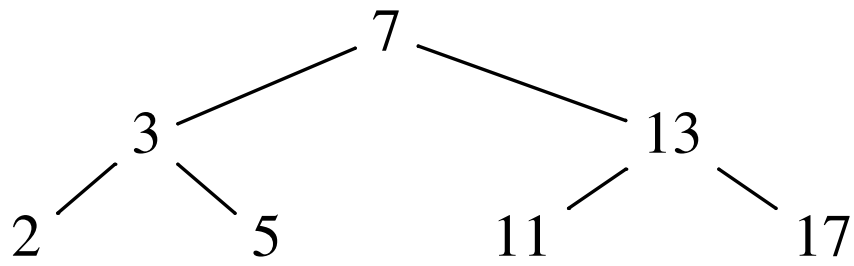
「使用中」フラグ

あまり削除が頻繁でない時は、ラベルに「使用中」フラグを追加して、削除のかわりに「使用中」フラグをオフにする手もある。その場合、「使用中」フラグを取り扱うために探索・挿入も対応して変更を加える必要がある。

計算量

二分木の左右が都合よく釣りあっていれば、探索・挿入・削除は $O(\log n)$ の時間で実行できる。しかし、偏っていると、最悪で $O(n)$ の時間がかかる。

最良の場合の例



最悪の場合の例